

Министерство образования и науки РФ

ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УДК 537.6  
ГРНТИ: 29.17.19

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по науке  
\_\_\_\_\_ Кружаев В.В.  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

В рамках выполнения п.1.2.2.3 Плана реализации мероприятий Программы развития  
УрФУ на 2013 год

ПО ТЕМЕ:  
ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФфуЗИОННЫХ СВОЙСТВ БИДИСПЕРСНЫХ МАГНИТНЫХ  
ЖИДКОСТЕЙ

(Заключительный)

Зам. зав. кафедрой

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Елфимова Е.А.

Научный руководитель

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Канторович С.С.

Исполнитель

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Муратова А.Б.

Екатеринбург 2013

# Реферат

1. ФИО автора (ов):

Муратова Алла Борисовна;

Muratova Alla.

2. Аннотация:

Основной целью настоящего исследования является теоретическое изучение диффузии (потока частиц, цепочек из феррочастиц) в бидисперсных магнитных жидкостях с цепочечными агрегатами. Для этого сначала будет проведено исследование диффузионных свойств монодисперсной феррожидкости, которое в дальнейшем будет расширено на бидисперсные модели. В результате будет исследована зависимость диффузионных свойств системы от полидисперсности этой системы. Для бидисперсных систем будет исследовано влияние гранулометрического состава на поведение коэффициента диффузии.

The main aim of the work is a theoretical study of diffusion (flow of particles, chains of particles) in bidisperse magnetic fluids with chain aggregates. Firstly, we study diffusion properties of a monodisperse ferrofluid, and then we extend this theory on bidisperse models. In a result, dependence of diffusion properties on a system polydispersity will be studied. An influence of granulometric composition on diffusion coefficient behavior will be studied.

3. Ключевые слова:

магнитные жидкости, феррожидкости, диффузия, коэффициент диффузии, диффузионное поведение, диффузионные свойства, монодисперсная феррожидкость, бидисперсная магнитная жидкость, цепочечные агрегаты;

magnetic fluids, ferrofluids, diffusion, diffusion coefficient, diffusion behavior, diffusion properties, monodisperse ferrofluid, bidisperse magnetic fluid, chain aggregates.

4. Тема отчета:

«Исследование диффузионных свойств бидисперсных магнитных жидкостей»;

«Study of diffusion properties of bidisperse magnetic fluids».

# Содержание

Введение.....	4
Исследование диффузии в монодисперсных магнитных жидкостях.....	8
Описание монодисперсной системы.....	8
Потенциалы взаимодействий.....	8
Функционал плотности свободной энергии для монодисперсной системы.....	9
Изучение коэффициента диффузии для монодисперсной системы.....	10
Сравнение полученных для монодисперсной модели результатов с данными ранее разработанной теории.....	13
Исследование диффузии в бидисперсных магнитных жидкостях .....	16
Описание бидисперсной системы.....	16
Функционал плотности свободной энергии для бидисперсной системы .....	17
Изучение коэффициента диффузии для бидисперсной системы .....	18
Заключение .....	27
Список литературы .....	29

## Введение

Все известные природные жидкие и газообразные среды очень слабо взаимодействуют с внешним магнитным полем. Многие исследования посвящены изучению искусственно синтезированных жидких и дисперсных сред, взаимодействующих с магнитным полем. Довольно хорошо изучены амальгамы (сплавы ртути с каким-либо другим металлом) ферромагнитных металлов – растворы железа, кобальта и никеля в ртути, обладающие ферромагнитными свойствами [1]. Однако амальгамы и взвеси не нашли применения в промышленности, потому что ферромагнитные частицы с течением времени выпадают в осадок. Таким образом, срок службы ферромагнитных взвесей не превышает 100-150 часов.

Необходимо было создать жидкости, которые сохраняли бы свои магнитные свойства, а также динамические и тепловые характеристики в течение долгого времени. Во многих странах разными путями специалисты пришли к созданию таких жидкостей. Например, в США работы по созданию магнитных жидкостей начались в начале шестидесятых годов прошлого столетия в связи с выполнением программы полета к Луне и выходом человека на лунную поверхность. Одной из задач по обеспечению полета являлась задача о подаче топлива из баков ракеты в двигатели в условиях невесомости. Для решения данной задачи была высказана следующая идея: сделать топливо намагничивающимся и управлять им с помощью неоднородного магнитного поля [2], [3]. В группе ученых, занимавшихся этой задачей, был Рональд Розенцвейг, которого считают создателем магнитных жидкостей.

В СССР научно-исследовательские работы по магнитным жидкостям и их применению были начаты в Ивановском энергетическом институте в шестидесятых годах прошлого века. С 1965 года по инициативе профессора Д.В. Орлова и под его руководством на кафедре «Электрические машины и аппараты» начались работы по созданию герметизирующих устройств космических аппаратов. Для решения данной проблемы профессор Д.В. Орлов предложил использовать жидкий металл – галлий. Организованным им научным коллективом был выполнен комплекс научно-исследовательских работ по созданию индукционных жидкометаллических уплотнений. Данный тип уплотнений был использован для стендовых испытаний подшипниковых узлов колес советских луноходов «Луноход-1» и «Луноход-2». Однако индукционные жидкометаллические уплотнения, обладая высокой герметичностью, не получили широкого распространения вследствие небольшого перепада давлений, удерживаемого ими. Поиск более эффективного метода решения проблемы привел научную группу

Д.В. Орлова в 1970 году к идее использования магнитных жидкостей вместо жидких металлов [4].

Синтезированные магнитные жидкости представляют собой коллоидный раствор мелких ферромагнитных частиц в немагнитном жидкости-носителе [5]. Каждая частица в магнитной жидкости покрыта слоем поверхностно-активного вещества, который предохраняет ее от слипания с другими частицами. В зависимости от назначения магнитной жидкости в качестве жидкости-носителя можно использовать керосин, различного типа углеводороды и другие жидкости [6], [7].

Воздействие на феррочастицы внешнего магнитного поля приводит к изменению свойств магнитных жидкостей, которые при этом сохраняют свойство жидкого состояния. Именно это уникальное сочетание способности взаимодействовать с магнитным полем и текучести жидкости представляет основу практического применения феррожидкостей. Магнитные жидкости используются для разработки новых технологий, создания новых конструкций машин и приборов различного назначения [8]. Применение магнитных жидкостей в медицине является одним из самых перспективных направлений. Так, например, феррожидкости используются для направленного транспорта лекарств [9], рентгеноскопии [10]. Безусловно, большая значимость магнитных жидкостей заключается в лечении раковых опухолей – гипертермии. Магнитные жидкости внутривенно вводятся в организм человека, из-за высокой проницаемости сосудов они просачиваются в ткань опухолей клетки. Магнитные частицы в опухоли под действием создаваемого внешнего магнитного поля приходят в движение, поэтому температура области, в которой они располагаются, увеличивается. Известно, что раковые клетки гибнут при более низкой температуре, чем здоровые. Поэтому магнитное поле действует до тех пор, пока температура не превышает порогового значения, при котором начинают разрушаться здоровые клетки организма. Таким образом, раковые клетки погибают [9], [11].

Таким образом, **магнитные жидкости** – это системы, состоящие из магнитных частиц (частиц дисперсной фазы), взвешенных в жидких носителях. Магнитные жидкости часто называют феррожидкостями и ферроколлоидами. Феррочастицы имеют характерный диаметр порядка 10 нм и обладают собственными магнитными моментами. Магнитный момент упрощенно может рассматриваться как вектор (магнитная стрелка) постоянной длины, направление которого определяется внутренней структурой частицы и направлением внешнего магнитного поля.

Магнитные жидкости можно исследовать тремя способами. Во-первых, это натурный эксперимент. Существует множество экспериментальных методик для исследования феррожидкостей. Сначала магнитные жидкости исследовались с помощью

измерения кривой намагниченности [12], [13]. Позже проводились исследования реологических [14], [15], [16] и оптических свойств феррожидкостей [17] – [20]. Затем для исследований начали применять малоугловое нейтронное рассеяние и рентгеновские лучи [21] – [24]. Однако все свидетельства о микроструктуре, полученные с помощью данных методик, являются косвенными и зависят от интерпретации. Именно в этом заключается основная трудность исследования в трехмерных системах. Однако в 2003 году был совершен прорыв в исследовании двумерной системы: группа голландских ученых с помощью криогенной электронной микроскопии (cryo-TEM) получила фотографии микроструктуры тонкого слоя магнитной жидкости [25].

Второй способ исследования – это теория, построение математической модели. Теоретические исследования магнитных жидкостей ведутся достаточно давно [26]. Для исследования применяются различные методики. Например, феррожидкости исследуют с помощью непрерывной магнитной гидродинамики. В данном случае магнитная жидкость приближается сплошной средой с некоторой эффективной магнитной проницаемостью [3]. Также проводится моделирование на уровне статистической физики с непосредственным участием частиц. Это – одночастичные модели [27], модели эффективного поля [28] – [32], DFT-подход (Density Functional Theory) [33] – [37], метод интегральных уравнений [38], [39], непосредственное вычисление парных корреляционных функций [40], [41], исследование основного состояния [42], [43]. По исследованию двумерного случая работ значительно меньше [44], [45], [46] – [50], чем по исследованию трехмерных систем.

Также магнитные жидкости исследуют с помощью компьютерного эксперимента [51], [52], который может быть произведен двумя способами, а именно: методом Монте-Карло и методом молекулярной динамики. Методы Монте-Карло основаны на получении большого числа реализаций стохастического процесса. Эти методы используются для решения задач в различных областях физики, химии, математики, экономики, оптимизации, теории управления и других. Этот метод использовался при исследовании микроструктуры и свойств магнитных жидкостей в таких работах, как [53] – [56]. Метод молекулярной динамики – это метод, в котором временная эволюция системы взаимодействующих атомов или частиц отслеживается интегрированием их уравнений движения. Уравнения движения решаются численными методами в любой момент времени в некотором объеме среды. Данный метод также широко применялся для анализа микро- и макро-характеристик ферроколлоидов [57] – [61].

В рамках исследований, направленных на изучение магнитных жидкостей, важную роль играют исследования диффузии феррожидкостей. Как уже отмечалось выше,

магнитные жидкости имеют большую область применения, в частности в медицине. Как раз за приложения в области медицины глобально отвечают диффузионные свойства. Для правильного применения магнитных жидкостей необходимо знать как коэффициент самодиффузии (когда диффундируют собственные частицы вещества) [62] – [66], так и коэффициент градиентной диффузии (когда под влиянием поля образуется градиент концентрации). Конечно, существуют несколько работ, посвященных исследованию диффузии магнитных жидкостей, однако, детальное теоретическое описание отсутствует [67] – [71].

Реальные феррожидкости обладают сложной и достаточно разнообразной микроструктурой, которая связана с нецентральным межчастичным взаимодействием между магнитными частицами. Проблема описания такой феррожидкости – одна из центральных проблем в области статистической физики. Реальные феррожидкости полидисперсны, то есть имеют в своем составе частицы различных размеров. Полидисперсность фракционного состава частиц реальных феррожидкостей еще в большей степени усложняет задачу исследования магнитных жидкостей. Однако уже бидисперсные системы достаточно хорошо описывают реальные жидкости, поэтому в теоретическом исследовании часто используют бидисперсное приближение реальных образцов. Следует отметить зависимость микроструктуры от фракционного состава частиц: в бидисперсных системах она содержит большее число различных агрегатов. Изменение микроструктуры жидкости приводит к изменению ее диффузионных свойств, таким образом, цель исследования состоит в исследовании зависимости коэффициента диффузии от полидисперсности.

Отметим, что если будет известно влияние микроструктуры на диффузию, то есть если мы будем знать, какие частицы необходимо добавлять в ферроколлоид, то мы будем знать, какие диффузионные свойства получим в результате. Именно это и позволит синтезировать материалы с желаемыми свойствами (дизайн новых материалов с контролируемыми свойствами).

Данная работа посвящена исследованию диффузии бидисперсных магнитных жидкостей. Бидисперсные магнитные жидкости состоят из двух типов частиц. Поэтому перед исследованием бидисперсных систем необходимо провести исследование феррожидкостей, состоящих из одинаковых феррочастиц. Такие образцы называются монодисперсными. В связи с этим данный отчет будет состоять из двух разделов: исследование монодисперсных магнитных жидкостей, исследование бидисперсных образцов.

# Исследование диффузии в монодисперсных магнитных жидкостях

## Описание монодисперсной системы

Как уже отмечалось ранее, монодисперсная трехмерная система состоит из одинаковых частиц. Каждая частица имеет диаметр магнитного ядра  $\sigma$  и обладает собственным магнитным моментом  $\vec{\mu}$ . Все феррочастицы окружены тонким немагнитным слоем поверхностно-активного вещества (ПАВ)  $l = 2$  нм. В целом частицы имеют диаметр  $d = \sigma + 2l$ . На рис. 1 представлена такая магнитная частица.

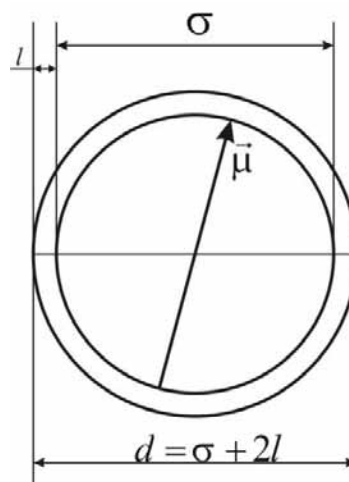


Рис. 1. Магнитная частица с диаметром магнитного ядра  $\sigma$ , собственным магнитным моментом  $\vec{\mu}$ , и диаметром  $d$ .

## Потенциалы взаимодействий

Магнитные частицы взаимодействуют посредством магнитного диполь-дипольного взаимодействия [72] с параметром  $\lambda$ :

$$U_{ij}^{dip} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{\langle \vec{\mu}_i, \vec{\mu}_j \rangle}{|\vec{r}_{ij}|^3} - \frac{3 \langle \vec{\mu}_i, \vec{r}_{ij} \rangle \langle \vec{\mu}_j, \vec{r}_{ij} \rangle}{|\vec{r}_{ij}|^5} \right),$$

$$\lambda = \frac{\mu_0 \mu^2}{4\pi k T d^3},$$

где  $\vec{\mu}_i$  и  $\vec{\mu}_j$  – магнитные моменты  $i$ -ой и  $j$ -ой частиц соответственно,



$\vec{r}_{ij}$  – вектор, соединяющий центр  $i$ -ой частицы с центром  $j$ -ой,

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Гс/м – магнитная проницаемость вакуума.

Короткодействующее отталкивание описывается потенциалом мягких сфер (также называемым потенциалом Вика-Чендлера-Андерсена [73]):

$$U_{wca}(i, j) = \begin{cases} 4\varepsilon \left[ \left( \frac{\sigma_0}{|\vec{r}_{ij}|} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma_0}{|\vec{r}_{ij}|} \right)^6 \right] + \varepsilon, & r \leq r_c, \\ 0, & r > r_c \end{cases},$$

где  $\varepsilon$  – глубина потенциальной ямы,

$\sigma_0$  – расстояние, на котором энергия взаимодействия становится равной нулю,

$r_c = 2^{\frac{1}{6}} \sigma_0$  – критическое расстояние.

Особенности магнитного диполь-дипольного взаимодействия приводят к образованию цепочечных агрегатов в системе, изучению которых посвящено исследование. Таким образом, микроструктуру монодисперсной системы составляют цепочки из магнитных частиц. Отметим, что эти цепочечные агрегаты имеют различную длину.

## Функционал плотности свободной энергии для монодисперсной системы

Система рассматривалась в термодинамическом равновесии, а значит, стремилась к минимуму свободной энергии. Поэтому за основу теории был взят функционал плотности свободной энергии, который для монодисперсных систем выглядит следующим образом:

$$F = kT \sum_{n=1}^{\infty} g(n) \left( \ln \left( \frac{g(n)v(n)}{e} \right) - \ln Q(n) \right),$$

где  $kT$  – тепловая энергия,

$n$  – количество частиц в цепочечных агрегатах,

$g(n)$  – концентрация цепочек различной длины,

$v(n) = v$  – нормирующий объем для цепочки,

$Q(n)$  – статистическая сумма цепочек,

$v$  – объем частицы.

Далее функционал минимизировался методом неопределенных множителей Лагранжа при наличии балансового ограничения, которое накладывает ограничение на постоянное количество частиц в системе:

$$\frac{\rho}{v} = \sum_{n=1}^{\infty} (n \cdot g(n)),$$

где  $\rho$  – объемная концентрация частиц.

Минимизация функционала позволяет найти значения для концентраций цепочечных агрегатов.

## Изучение коэффициента диффузии для монодисперсной системы

Для того чтобы посчитать диффузию цепочечных агрегатов, цепочки приближались эллипсоидами, как показано на рис. 2. Данное приближение хорошо себя зарекомендовало, так как имеет хорошее количественное и качественное совпадение с формулами для подвижностей цепочек, полученными с использованием гидродинамического радиуса.



Рис. 2. Приближение цепочечных агрегатов эллипсоидами для монодисперсной модели.

Мы будем изучать коэффициент диффузии, вызванный постоянным градиентом числовой концентрации. Градиент концентрации поддерживается путем добавления источника и стока частиц. Именно он заставляет цепочечные агрегаты и незаагрегированные частицы (цепочки длины 1) диффундировать от участка с большей концентрацией к участкам с меньшей. Поток частиц направлен противоположно градиенту концентрации.

Для нахождения коэффициентов диффузии цепочечных агрегатов необходимо дополнительно вычислить подвижности цепочек и их химические потенциалы. Вычислению подвижностей цепочек (или самодиффузии) посвящена работа [74], в которой приведен все необходимые формулы для нахождения подвижности цепочечных агрегатов. Химический потенциал цепочек, состоящих из  $n$  частиц, можно вычислить следующим образом:

$$\mu_n = \frac{\partial F}{\partial N_n}, \quad N_n = n \cdot g(n) \Rightarrow \mu_n = kT \ln \frac{p}{q},$$

где  $N_n$  – количество частиц во всех цепочках длины  $n$ ,

$p$  – вероятность образования пары частиц в системе,

$\ln q$  – эффективная энергия связи двух частиц.

Как видно, в результате химический потенциал не зависит от количества частиц в цепочке, потому что цепочка воспринимается в качестве единой кинетической единицы.

Теперь мы можем записать коэффициент диффузии монодисперсной системы, когда диффузия индуцирована постоянным градиентом числовой концентрации (в данной формуле уже осуществлен переход к объемной концентрации частиц):

$$D = D_0 \sum_{n=1}^{\infty} M_n n g(n) \frac{\partial \mu_n}{\partial \rho} v,$$

где  $D_0$  – коэффициент диффузии одиночной частицы,

$M_n$  – подвижность цепочечного агрегата, состоящего из  $n$  частиц.

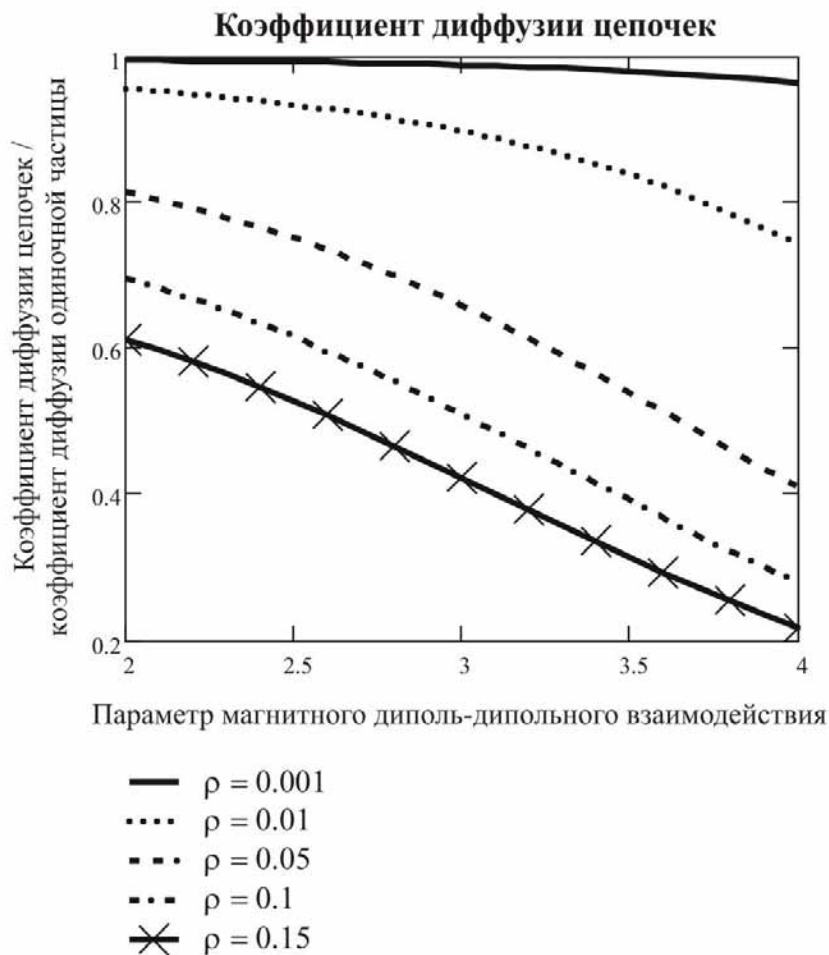


Рис. 3. Коэффициент диффузии цепочек как функция параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия. Сплошная кривая построена для объемной концентрации частиц 0,1 %, точечная – для 1 %, пунктирная – для 5 %, штрих-пунктирная – для 10 %, сплошная с крестиками – для 15 %.

На рис. 3 представлена зависимость коэффициента диффузии цепочечных агрегатов для монодисперсной системы от параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия. Пять кривых соответствуют пяти различным значениям объемной концентрации частиц. Сплошная кривая построена для объемной концентрации частиц 0,1 %, точечная – для 1 %, пунктирная – для 5 %, штрих-пунктирная – для 10 %, сплошная с крестиками – для 15 %. Как видно, с ростом параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия коэффициент диффузии убывает. Это связано с тем, что в монодисперсной системе образуются длинные цепочки.

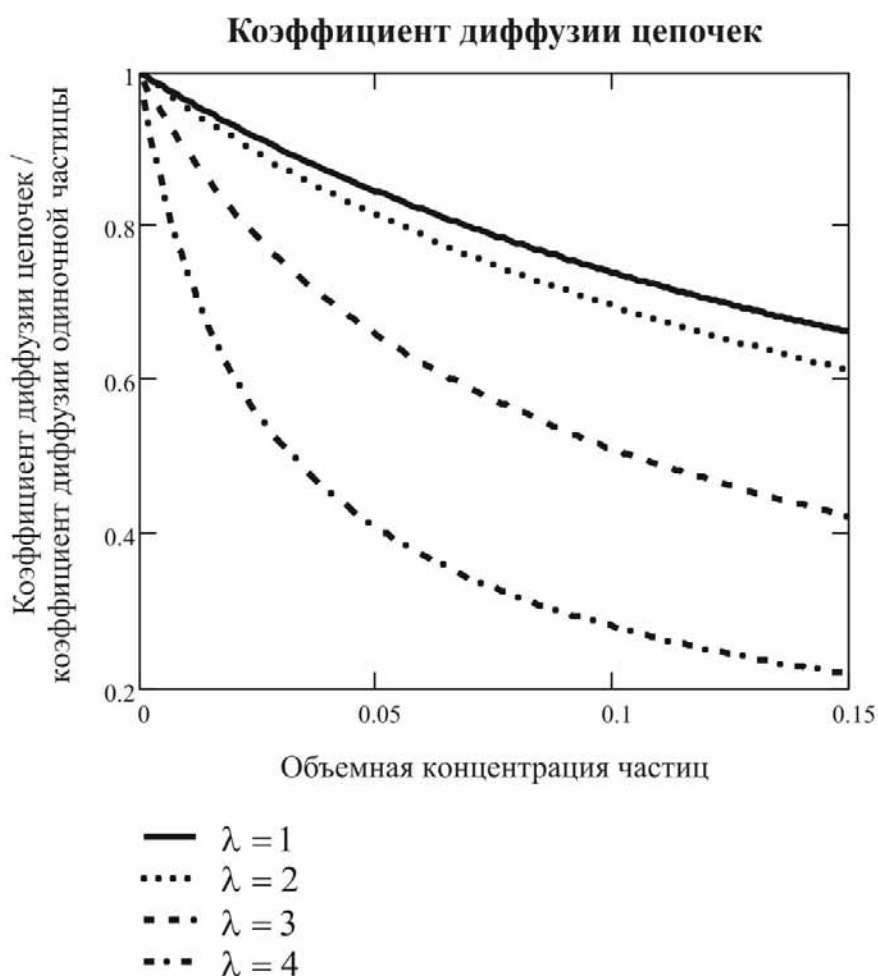


Рис. 4. Зависимость коэффициента диффузии цепочечных агрегатов от объемной концентрации частиц. Сплошная кривая – для параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия, равного 1, точечная – для 2, пунктирная – для 3, штрих-пунктирная – для 4.

Коэффициент диффузии цепочек для монодисперсной системы как функция объемной концентрации частиц представлен на рис. 4. Четыре кривые на данном рисунке соответствуют четырем различным значениям параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия: сплошная кривая – для 1, точечная – для 2, пунктирная – для 3, штрих-

пунктирная – для 4. Как видно, коэффициент диффузии цепочечных агрегатов убывает с увеличением значения параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия из-за образования длинных цепочек в монодисперсной трехмерной системе.

Таким образом, в монодисперсных системах наблюдается рост коэффициента диффузии цепочечных агрегатов как с возрастанием параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия, так и с увеличением объемной концентрации частиц. Это связано с образованием длинных цепочек в монодисперсных системах.

### **Сравнение полученных для монодисперсной модели результатов с данными ранее разработанной теории**

В работе [75], использующей также работу [76], построена теория для вычисления коэффициента диффузии для монодисперсной системы, не учитывающая образование цепочечных агрегатов. Условно будем называть эту теорию теорией Бэтчелора-Буевича-Зубарева-Иванова. Именно с результатами этой теории было проведено сравнение результатов данного исследования.

На рис. 5 представлена зависимость коэффициента диффузии монодисперсной системы от параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия как результат теории Бэтчелора-Буевича-Зубарева-Иванова. Пять различных кривых соответствуют пяти различным значениям объемной концентрации частиц. Сплошная кривая построена для объемной концентрации частиц 0,1 %, точечная – для 1 %, пунктирная – для 5 %, штрих-пунктирная – для 10 %, сплошная с крестиками – для 15 %. Если данный рисунок сравнить с рис. 3 (результаты данного исследования), то можно увидеть хорошее качественное и количественное совпадение сплошных и точечных кривых, соответствующих значениям объемной концентрации частиц, равным 0.1 % и 1 %. То есть теории совпадают для низкоконтрированных феррожидкостей. Однако на рис. 5 можно также видеть, что коэффициенты диффузии могут принимать отрицательные значения, что не имеет физического смысла.

Коэффициент диффузии монодисперсной системы, посчитанный с помощью теории Бэтчелора-Буевича-Зубарева-Иванова, как функция объемной концентрации частиц представлен на рис. 6. Четыре различные кривые соответствуют четырем различным значениям параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия: сплошная кривая – для 1, точечная – для 2, пунктирная – для 3, штрих-пунктирная – для 4. Сравнив данный рисунок с рис. 4, можно увидеть, что точечные кривые, соответствующие

параметру магнитного диполь-дипольного взаимодействия, равному 2, имеют достаточно хорошее качественное и количественное совпадение. Таким образом, теории совпадают для средних значений параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия. Так же как и на рис. 5, на данном рисунке можно наблюдать, что коэффициенты диффузии принимают отрицательные значения, что выходит за рамки физического смысла.

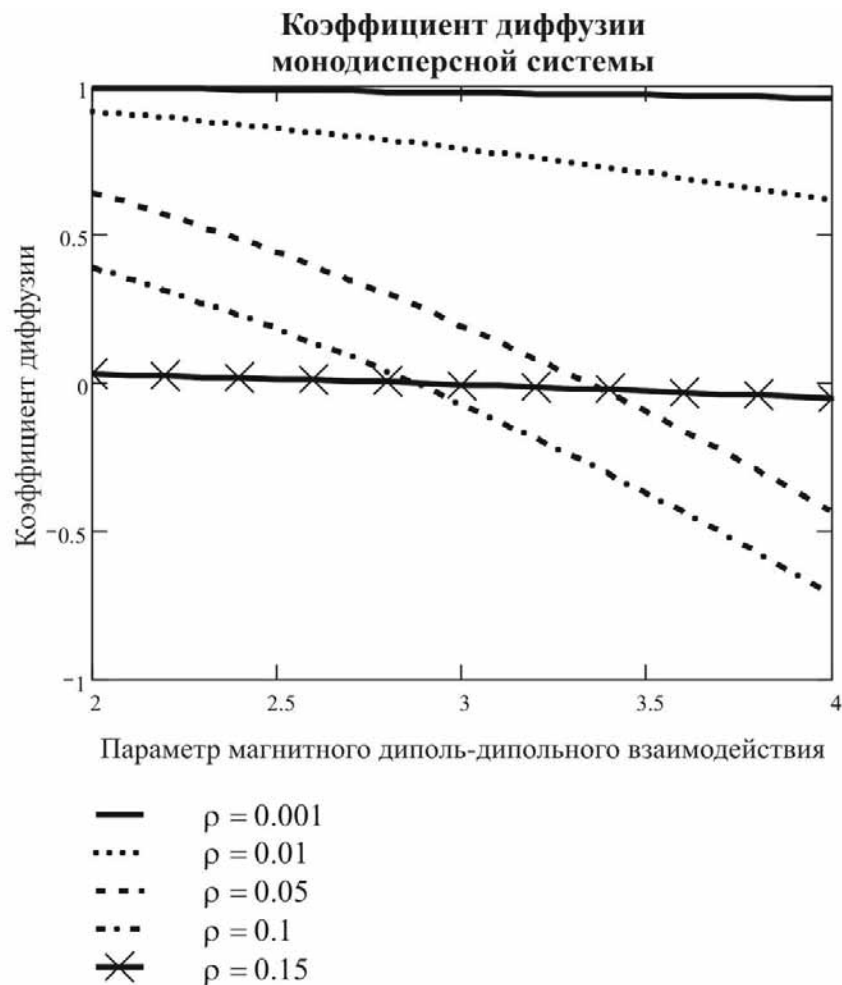


Рис. 5. Коэффициент диффузии монодисперсной системы, полученный в теории Бэтчелора-Бувича-Зубарева-Иванова, не учитывающей образование цепочечных агрегатов, как функция параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия. Сплошная кривая построена для объемной концентрации частиц 0,1 %, точечная – для 1 %, пунктирная – для 5 %, штрих-пунктирная – для 10 %, сплошная с крестиками – для 15 %.

Таким образом, разработанная в рамках данного исследования теория применима для больших значений параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия и для более концентрированных магнитных жидкостей. Поэтому данную теорию можно использовать для описания диффузии в монодисперсных системах.

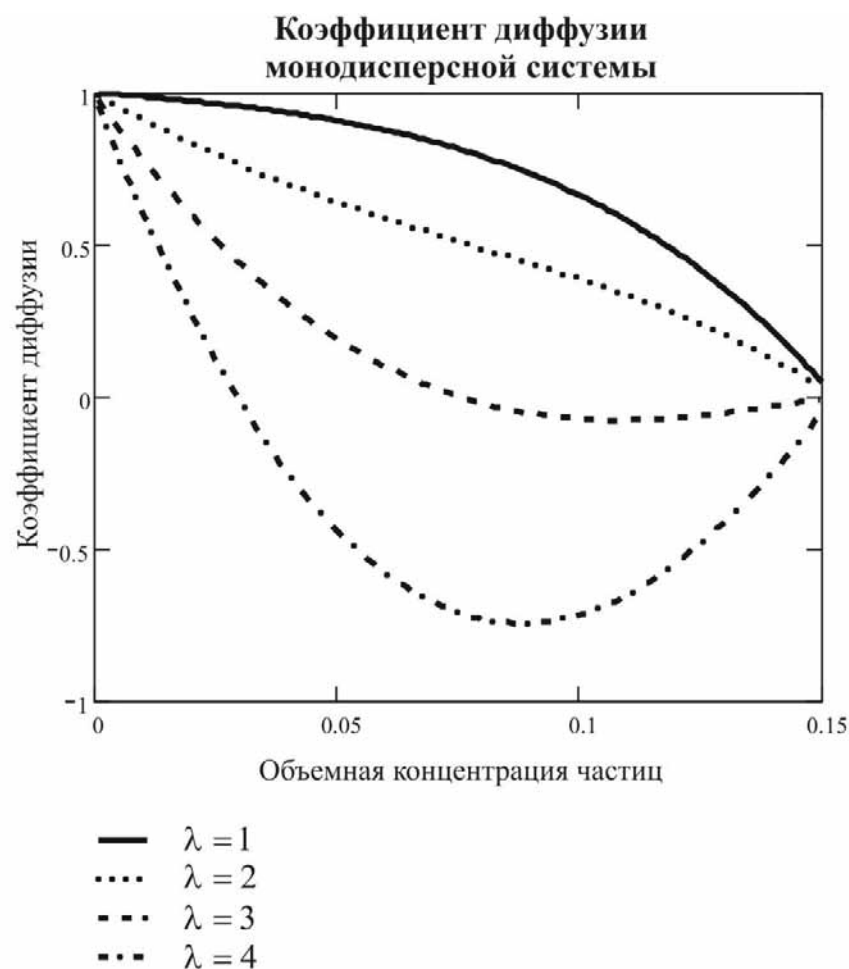


Рис. 6. Зависимость коэффициента диффузии монодисперсной системы, полученного в теории Бэтчелора-Бувевича-Зубарева-Иванова, не учитывающей образование цепочечных агрегатов, от параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия. Сплошная кривая – для параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия, равного 1, точечная – для 2, пунктирная – для 3, штрих-пунктирная – для 4.

Основываясь на разработанной теории для монодисперсных магнитных жидкостей, разработан теоретический подход для изучения диффузии в бидисперсных феррожидкостях, который будет описан в следующем разделе.

# Исследование диффузии в бидисперсных магнитных жидкостях

## Описание бидисперсной системы

Как отмечалось ранее, бидисперсная система представлена частицами двух типов. Для удобства будем называть их мелкими и крупными частицами. Характеристики частиц представлены на рис. 7: мелкие и крупные частицы имеют диаметры магнитных ядер  $\sigma_s$  и  $\sigma_l$ , обладают собственными магнитными моментами  $\vec{\mu}_s$  и  $\vec{\mu}_l$ , все феррочастицы окружены тонким немагнитным слоем поверхностно-активного вещества (ПАВ)  $l = 2$  нм, поэтому в целом частицы имеют диаметры  $d_s = \sigma_s + 2l$  и  $d_l = \sigma_l + 2l$ .

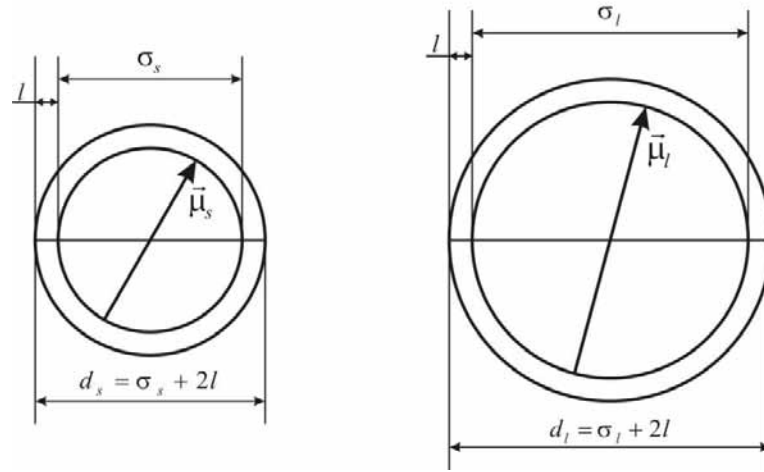


Рис. 7. Мелкая и крупная (слева-направо) магнитные частицы с диаметрами магнитных ядер  $\sigma_s$  и  $\sigma_l$ , собственными магнитными моментами  $\vec{\mu}$ , и диаметрами  $d_s$  и  $d_l$  соответственно.

В бидисперсной системе возникают три различных параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия: для пары частиц мелкая-мелкая –  $\lambda_{ss}$ , для пары мелкая-крупная –  $\lambda_{sl}$ , для дублета крупная-крупная –  $\lambda_{ll}$ . Данные параметры могут быть найдены по следующей формуле:

$$\lambda_{ij} = \frac{\mu_0 \mu_i \mu_j}{4\pi k T d_{ij}^3}, \quad d_{ij} = \begin{cases} d_i, & i = j, \\ \frac{d_i + d_j}{2}, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in \{s, l\}$$

На рис. 8 представлены три возможные пары частиц для бидисперсной системы: мелкая-мелкая, мелкая-крупная, крупная-крупная (слева-направо). Для каждой пары показана величина  $d_{ij}$  ( $i, j \in \{s, l\}$ ).



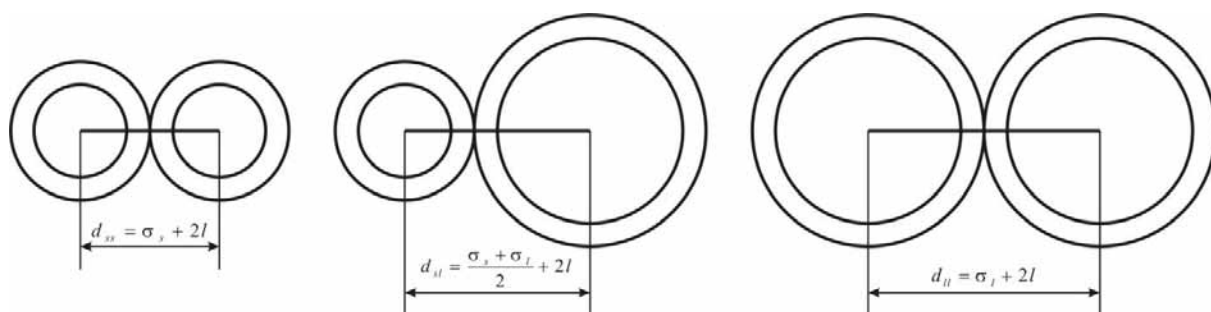


Рис. 8. Пары частиц для бидисперсной системы. Слева-направо: мелкая-мелкая, мелкая-крупная, крупная-крупная.

Как отмечалось выше, микроструктура бидисперсных магнитных жидкостей намного сложнее, чем микроструктура монодисперсных систем [77]. Она представлена на рис. 9. Таким образом, структуру бидисперсной системы представляют одиночные мелкие частицы и три класса цепочечных агрегатов: первый класс – цепочки из крупных частиц, второй класс – цепочки, состоящие из крупных частиц, с одной мелкой на конце, третий класс – цепочки из крупных частиц с двумя мелкими по краям.

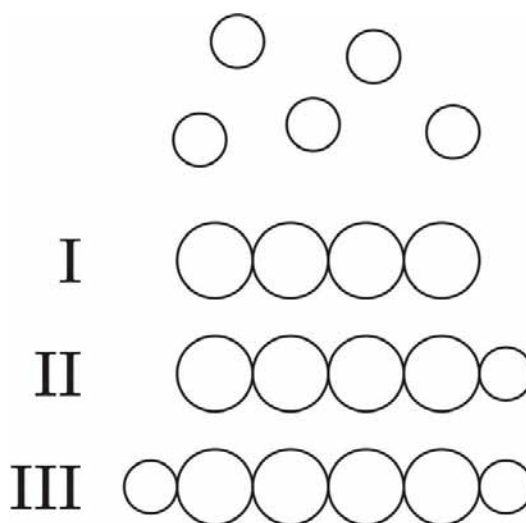


Рис. 9. Микроструктура бидисперсных трехмерных образцов магнитных жидкостей: одиночные мелкие частицы и три класса цепочечных агрегатов. Первый цепочечный класс – цепочки, состоящие только из крупных частиц. Второй класс цепочек – цепочечные агрегаты из крупных частиц с одной мелкой на конце. Третий класс цепочечных агрегатов – цепочки из крупных частиц с двумя мелкими по краям.

## Функционал плотности свободной энергии для бидисперсной системы

Поскольку мы основываемся на подходе, разработанном для монодисперсных систем, необходимо записать функционал плотности свободной энергии для бидисперсной системы, который является основой теории. Ввиду того, что

микроструктура бидисперсной феррожидкости гораздо разнообразнее, суммирование в функционале будет производиться также по всем классам цепочечных агрегатов:

$$F = kT \sum_{n+m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{I(n,m)} K(i,n,m) g(i,n,m) \left( \ln \left( \frac{g(i,n,m) v(i,n,m)}{e} \right) - \ln Q(i,n,m) \right),$$

где  $kT$  – тепловая энергия,

$i$  – топологический индекс (отвечает за номер класса цепочек),

$m$  – количество мелких частиц в цепочечных агрегатах,

$n$  – количество крупных частиц в цепочечных агрегатах,

$I(n,m)$  – количество топологически различных классов (в нашем случае  $I(n,m) = 3$ ),

$K(i,n,m)$  – комбинаторный множитель, численно равный количеству энтропийно различных цепочек из одного класса,

$g(i,n,m)$  – концентрация цепочек  $i$ -го класса, состоящих из  $m$  мелких и  $n$  крупных частиц,

$v(i,n,m)$  – нормирующий объем для цепочки  $i$ -го класса, состоящей из  $m$  мелких и  $n$  крупных частиц,

$Q(i,n,m)$  – статистическая сумма цепочек  $i$ -го класса, состоящих из  $m$  мелких и  $n$  крупных частиц.

Далее функционал минимизировался методом неопределенных множителей Лагранжа при наличии естественных балансовых ограничений на постоянное количество мелких и крупных частиц в системе:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_s}{v_s} &= \sum_{n+m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{I(n,m)} m K(i,n,m) g(i,n,m), \\ \frac{\varphi_l}{v_l} &= \sum_{n+m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{I(n,m)} n K(i,n,m) g(i,n,m) \end{aligned},$$

где  $\varphi_s$  и  $\varphi_l$  – объемные концентрации мелких и крупных частиц соответственно,

$v_s$  и  $v_l$  – объемы мелких и крупных частиц соответственно.

После минимизации функционала плотности свободной энергии нам известны значения для концентраций цепочечных агрегатов различных топологических классов и различной длины.

## Изучение коэффициента диффузии для бидисперсной системы

Так же как и для монодисперсной системы, мы будем приближать цепочечные агрегаты, рассматриваемые в бидисперсной модели, эллипсоидами. Соответственно, будет

уже три различных типа эллипсоидов для трех классов цепочечных агрегатов, как показано на рис. 10.

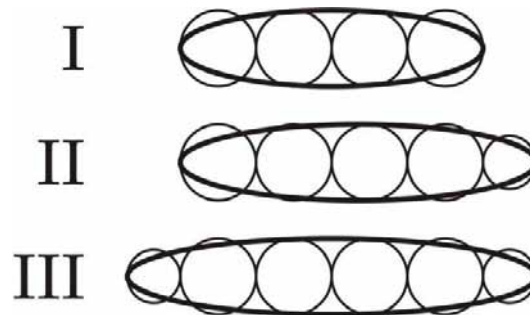


Рис. 10. Приближение цепочечных агрегатов трех различных топологических классов эллипсоидами для бидисперсной модели

Изучая диффузию монодисперсной модели, в системе рассматривался постоянный градиент числовой концентрации. В бидисперсной системе это условие усложняется разнообразием фракционного состава частиц. Однако по-прежнему рассматривается постоянный градиент полной числовой концентрации частиц. Полная объемная концентрации частиц фиксирована и равна 10 %. Объемные концентрации отдельных фракций меняются, но в сумме всегда остаются постоянными:

$$\begin{aligned}\varphi_s + \varphi_l &= 0.1, \\ \varphi_s &\in \{0, 0.01, \dots, 0.09\}, \\ \varphi_l &\in \{0.1, 0.09, \dots, 0.01\}.\end{aligned}$$

Таблица 1

Основные типы мелких и крупных частиц

	Тип частиц	$d_{s(l)}$	$\sigma_{s(l)}$	$\lambda_{ss(l)}$
крупные частицы	A	20	16	3.276
	B	18	14	2.017
мелкие частицы	C	17	13	1.535
	D	15	11	0.819
	E	13	9	0.378
	F	11	7	0.138

Формулы для нахождения коэффициента диффузии цепочечных агрегатов бидисперсной системы здесь приведены не будут, так как переход от полной числовой

концентрации к полной объемной концентрации усложняется, а также усложняется запись химических потенциалов для цепочек трех топологических классов.

В бидисперсной системе наибольший интерес вызывает исследование влияния наличия цепочек различной структуры на коэффициент диффузии. Кроме того, интересно исследовать влияние гранулометрического состава частиц на диффузионные свойства системы. Для этого в рамках бидисперсной модели рассматривались различные системы путем изменения размеров частиц, которые приведены в табл. 1. Были рассмотрены два типа крупных частиц и четыре типа мелких. Комбинируя каждую крупную частицу с каждой мелкой, было получено восемь различных бидисперсных систем, а именно: AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF.

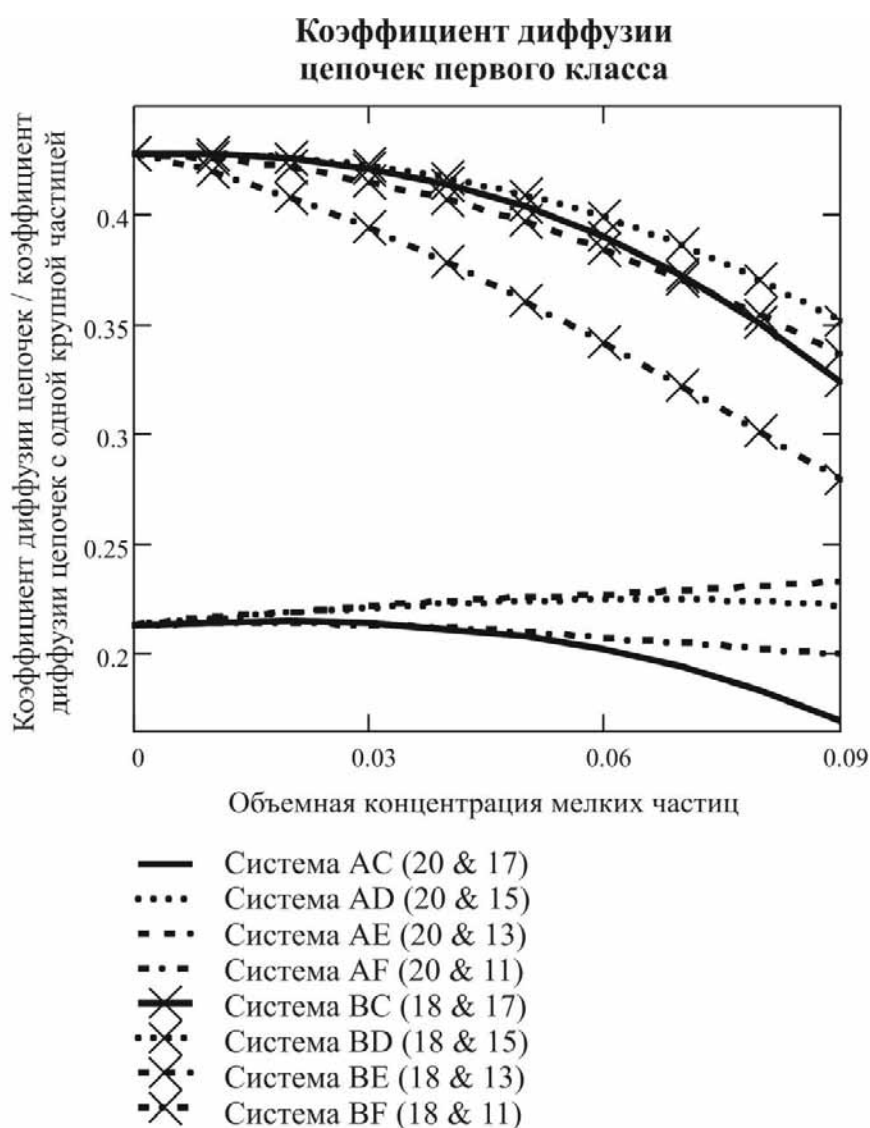


Рис. 11. Коэффициент диффузии для цепочек первого класса как функция объемной концентрации мелких частиц. Восемь различных кривых соответствуют восьми различным бидисперсным системам согласно табл. 1.

На рис. 11 приведена зависимость коэффициента диффузии, полученного для цепочек первого класса, от объемной концентрации мелких частиц. Восемь различных кривых соответствуют восьми различным системам в соответствии с табл. 1. Как видно, качественное поведение кривых различается. Тем не менее, для большинства систем (за исключением систем AD и AE) наблюдается убывание коэффициента диффузии с ростом объемной концентрации мелких частиц. Это связано с тем, что с ростом количества мелких частиц в системе цепочки первого класса образуются гораздо реже, чем другие цепочечные агрегаты. Для систем AD и AE после небольшого возрастания коэффициента диффузии также наблюдается его убывание, просто точка, начиная с которой коэффициент убывает, смещается вправо.

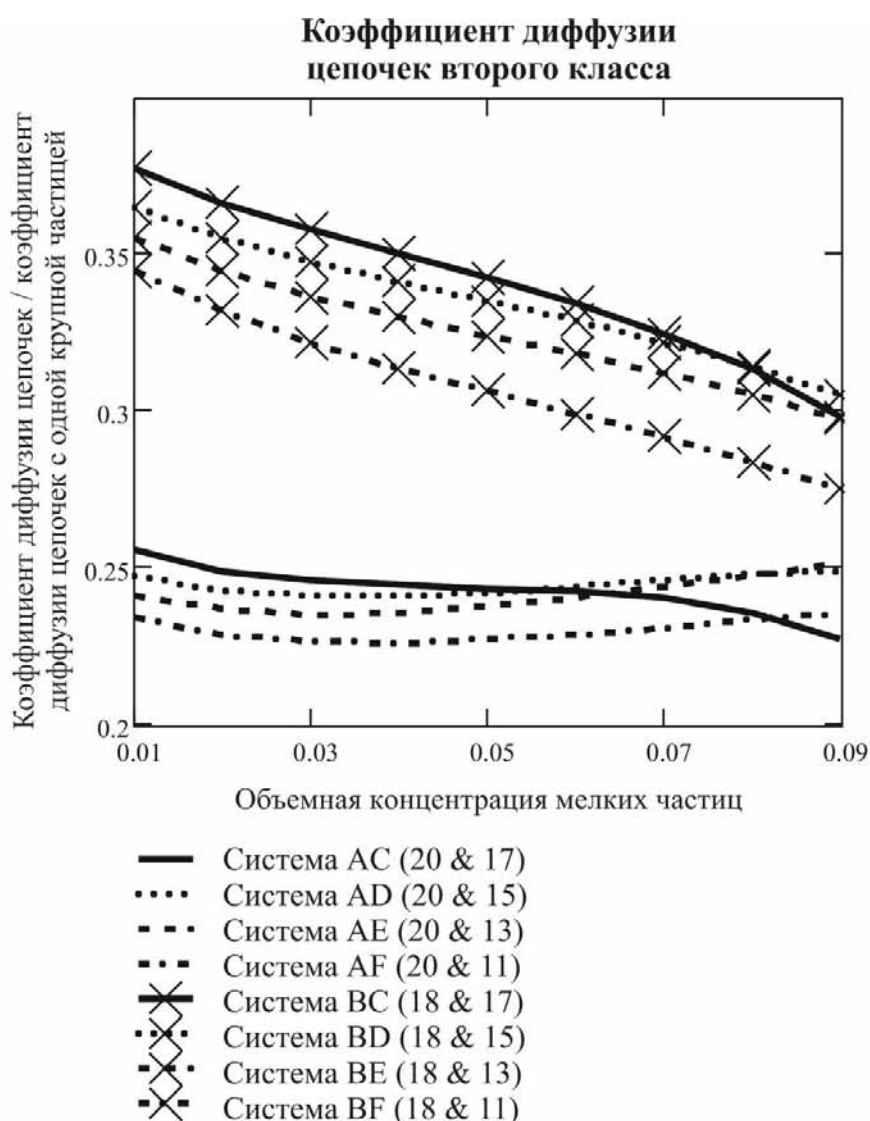


Рис. 12. Коэффициент диффузии для цепочек второго класса как функция объемной концентрации мелких частиц. Восемь различных кривых соответствуют восьми различным бидисперсным системам согласно табл. 1.

Зависимость коэффициента диффузии для цепочечных агрегатов второго класса от объемной концентрации мелких частиц приведена на рис. 12. Восемь различных кривых соответствуют восьми различным бидисперсным системам согласно табл. 1. Для большинства систем (а именно, для систем AC, BC, BD, BE, BF) наблюдается убывание коэффициента диффузии с увеличением объемной концентрации мелких частиц. Это связано с наличием небольшого числа таких цепочек в соответствующих бидисперсных системах. Для систем AD, AE, AF можно отметить убывание коэффициента диффузии в области с преобладанием крупных частиц в системе. Из-за небольшого количества мелких частиц таких цепочек в указанных системах формируется очень мало. Далее с ростом объемной концентрации мелких частиц коэффициент диффузии начинает возрастать. Это связано с уменьшением средней длины цепочек в бидисперсных системах с ростом объемной концентрации мелких частиц («эффект отравления») [25], [78].

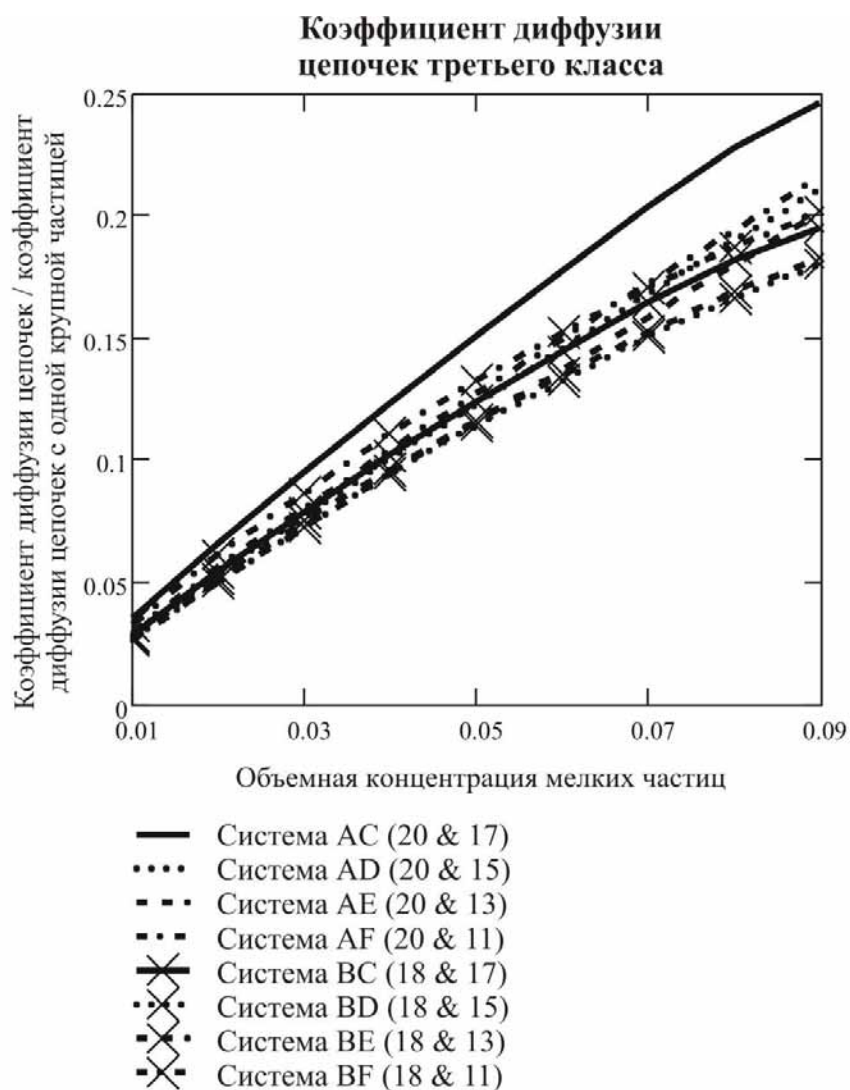


Рис. 13. Коэффициент диффузии для цепочек второго класса как функция объемной концентрации мелких частиц. Восемь различных кривых соответствуют восьми различным бидисперсным системам согласно табл. 1.

На рис. 13 представлен коэффициент диффузии для цепочек третьего класса как функция объемной концентрации мелких частиц. Восемь различных кривых соответствуют восьми различным системам в соответствии с табл. 1. Как видно, здесь наблюдается качественное согласие поведения коэффициента диффузии для всех рассмотренных бидисперсных систем. Коэффициент диффузии возрастает с увеличением объемной концентрации мелких частиц в связи с образованием коротких цепочек в системах.

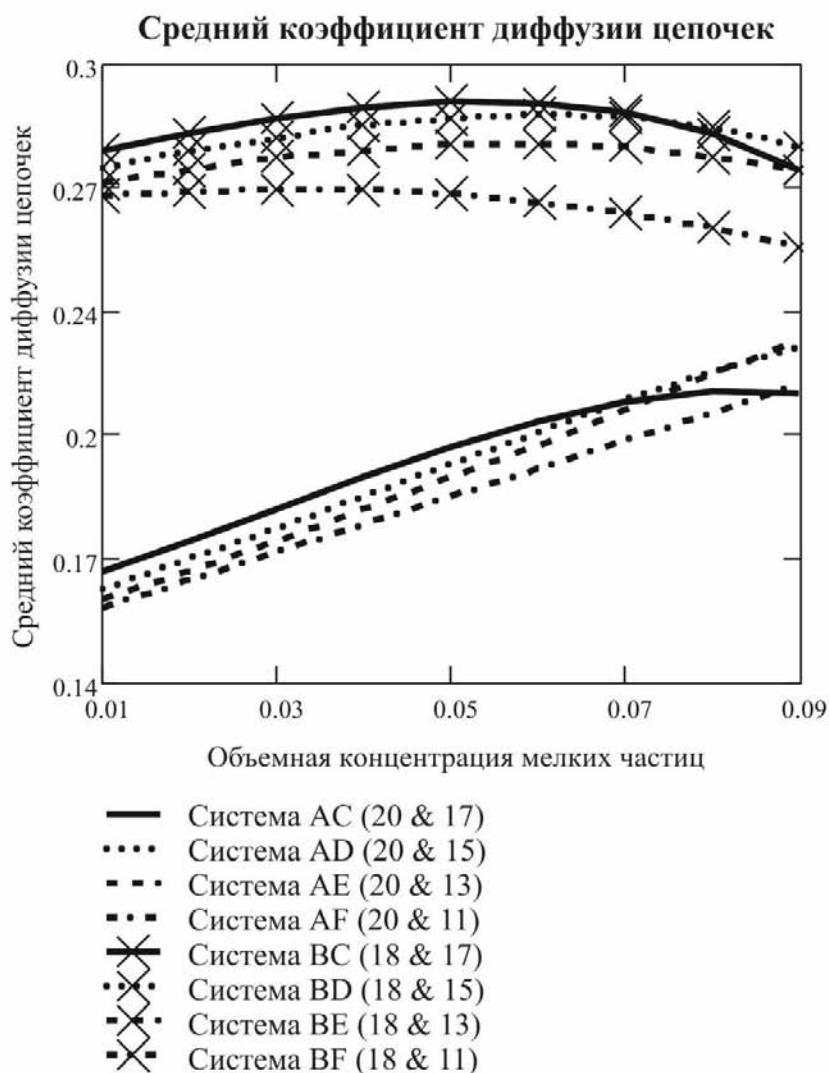


Рис. 14. Средний коэффициент диффузии как функция объемной концентрации мелких частиц. Восемь различных кривых соответствуют восьми различным бидисперсным системам согласно табл. 1.

На рис. 14 представлена зависимость среднего коэффициента диффузии цепочек от объемной концентрации мелких частиц. Восемь различных кривых соответствуют восьми различным бидисперсным системам согласно табл. 1. Из рисунка видно, что качественное поведение кривых различается. Тем не менее, для большинства систем (за исключением систем AD, AE и AF) наблюдается возрастание среднего коэффициента диффузии в области с преобладанием крупных частиц в системах до некоторого значения объемной концентрации мелких частиц, которое связано с преобладанием коротких цепочек в системе. Далее средний коэффициент диффузии начинает убывать с ростом объемной концентрации мелких частиц, потому что цепочки третьего класса образуются в системах в небольшом количестве. Для систем AD, AE и AF наблюдается рост среднего коэффициента диффузии с увеличением объемной концентрации мелких частиц, что связано с уменьшением средней длины цепочек в таких бидисперсных системах.

Таким образом, гранулометрический состав систем, действительно, влияет на диффузионные свойства. То есть поведение коэффициента диффузии зависит от распределения частиц по размерам. Мы можем менять диффузионные свойства систем путем изменения размеров частиц.

Такое различное, иногда немонотонное, поведение коэффициентов диффузии даже в рамках одной конкретной системы связано со сложным перераспределением частиц по топологическим классам цепочек. То есть для одних значений концентраций будет преобладать первый класс (если вероятность образования пары крупная-крупная больше вероятности образования пары частиц крупная-мелкая), а для других – третий (в противном случае). Второй класс всегда находится между первым и третьим из-за того, что для одинаковой длины цепочек всех трех классов у цепочек второго класса пар частиц крупная-крупная всегда будет меньше, чем у цепочек первого, и также пар частиц мелкая-крупная – меньше, чем у цепочек третьего класса. Чтобы понять, какой класс преобладает в системе, необходимо построить фазовую диаграмму. Она строится из предположения, что образование пары частиц мелкая-крупная и образование пары частиц крупная-крупная равновероятны. Это некоторая функциональная зависимость энергии пары крупная-крупная от энергии пары мелкая-крупная с учетом указанного предположения, которая представляет из себя некоторую кривую. Также на фазовой диаграмме отмечается точка энергий системы (энергии дублетов мелкая-крупная и крупная-крупная). Если точка лежит выше кривой, то преобладает первый класс, если же ниже – преобладает третий класс.

На рис. 15 приведен пример построение фазовой диаграммы для системы AD. Сплошная линия соответствует объемной концентрации мелких частиц 4 % (объемная



концентрация крупных частиц равна 6 %), пунктирная линия соответствует объемной концентрации мелких частиц 5 % (крупных – 5 %). Точка указывает энергии системы AD. Точка лежит выше сплошной кривой, что означает преобладание цепочек первого класса для системы AD при значениях объемной концентрации мелких частиц, не превосходящих 4 %. Для концентраций, имеющих значения выше 4 %, в системе AD будет преобладать третий класс, так как точка лежит ниже пунктирной кривой с концентрацией 5 %. То есть на концентрациях 4 % и 5 % осуществляется структурный переход.

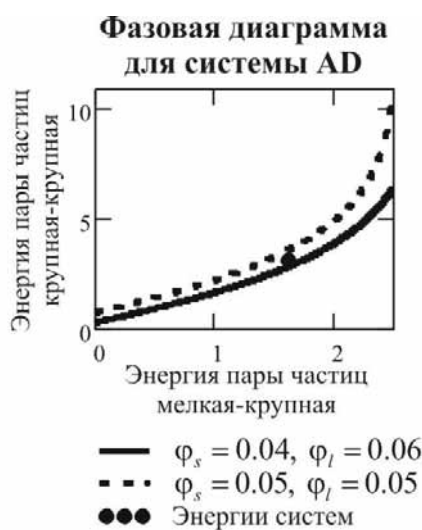


Рис. 15. Фазовая диаграмма для системы AD. Сплошная линия соответствует объемной концентрации мелких частиц 4 % (объемная концентрация крупных частиц равна 6 %), пунктирная линия соответствует объемной концентрации мелких частиц 5 % (крупных – 5 %). Точка указывает энергии системы AD.

Таблица 2

Значения объемной концентрации мелких частиц для преобладающего цепочечного класса.

Система	AC	AD	AE	AF	BC	BD	BE	BF
I класс	0.03	0.04	0.04	0.04	0.03	0.03	0.03	0.03
III класс	0.04	0.05	0.05	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04

Для остальных систем также можно вычислить значения объемных концентраций мелких частиц, для которых преобладает тот или иной топологический класс. В табл. 2 приведены эти значения для всех рассматриваемых бидисперсных систем. До определенного значения объемно концентрации мелких частиц преобладает первый класс цепочечных агрегатов (эти значения представлены во второй строке таблицы), а далее

начинает преобладать третий цепочечный класс (этим значениям соответствует третья строка таблицы).

Таким образом, смена преобладающего класса цепочек ведет к изменению диффузионного поведения системы.

## Заключение

Как говорилось ранее, магнитные жидкости имеют большую область применения, в частности в медицине. За приложения в области медицины глобально отвечают диффузионные свойства. Поэтому исследование диффузии феррожидкостей является важной задачей.

Сначала было проведено исследование монодисперсной системы при наличии постоянного градиента числовой концентрации частиц. Для этого была построена теоретическая модель, позволяющая вычислять коэффициенты диффузии цепочечных агрегатов. В результате было установлено, что коэффициент диффузии цепочек для монодисперсной системы убывает с ростом параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия, а также с ростом концентрации частиц.

Результаты данной теории сравнивались с данными теории Бэтчелора-Бувича-Зубарева-Иванова, в которой не учитывалось образование цепочечных агрегатов в системе. Результаты теорий находились в хорошем количественном и качественном согласии лишь для низкоконтрированных образцов магнитных жидкостей и для средних значений параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия. Таким образом, построенная в данном исследовании теория изучения диффузионных свойств монодисперсных феррожидкостей применима к большим значениям параметра магнитного диполь-дипольного взаимодействия и для более концентрированных магнитных жидкостей.

Далее построенная теория была расширена на бидисперсные трехмерные системы, которые рассматривались при наличии постоянного градиента полной числовой концентрации частиц. Как оказалось, поведение коэффициента диффузии для цепочек различных классов может различаться в различных системах. Это связано со сложным перераспределением частиц по цепочечным агрегатам в зависимости от объемной концентрации мелких частиц. Смена преобладающего класса цепочек ведет к изменению диффузионного поведения системы.

Таким образом, в рамках данного исследования было показано влияние гранулометрического состава систем на диффузионные свойства. Поведение коэффициента диффузии, действительно, зависит от распределения частиц по размерам. Изменяя размеры частиц в системе, можно изменять диффузионные свойства. Если будет известно влияние микроструктуры, гранулометрического состава системы на диффузию, то есть если мы будем знать, какие частицы необходимо добавлять в ферроколлоид, то мы

будем знать, какие диффузионные свойства получим в результате. Именно это и позволит синтезировать материалы с желаемыми свойствами.

## Список литературы

1. S.H. Babcock Jr., H.P. Lankelma, E. Vopicka *Sodium Amalgam* // The McGraw-Hill Book Company, Inc. – 1939.
2. Resler E. L., Rosensweig R. *Magnetocaloric power* // AIAA J. – 1964. – Vol. 2 – N. 8. – P. 1418 – 1422.
3. Розенцвейг Р. *Феррогидродинамика* – М.: Мир, 1989.
4. Официальный сайт Ивановского Государственного Энергетического Университета – [www.ispu.ru/node/7181](http://www.ispu.ru/node/7181) [Электронный ресурс].
5. Блум Э.Я., Майоров М.М., Цеберс А.О. *Магнитные жидкости* – Рига: Зинатне, 1989. – 396 с.
6. Kaiser R., Miskolczy G. *Magnetic properties of stable dispersions of subdomain magnetite particles* // Journal of Applied Physics – 1970. – Vol. 41 – N. 3 – P. 1064 – 1072.
7. Massart R. *Preparation of aqueous magnetic liquids in alkaline and acidic media* // IEEE Transactions on Magnetics – 1981. – Vol. 17 – N. 2. – P. 1247 – 1248.
8. I. Anton, I. de Sabata and L. Vekas *Application orientated researches on magnetic fluids* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 1990. – Vol. 85 – P. 219 – 226.
9. A. Lubbe, A.C. Alexiou, and C. Bergmann *Clinical applications of magnetic drug targeting* // Journal of Surgical Research – 2001. – Vol. 95 – P. 200 – 206.
10. S.-J. Lee, J.-R. Jeong, S.-C. Shin, J.-C. Kim, Y.-H. Chang, Y.-M. Chang, and J.-D.-D. Kim *Nanoparticles of magnetic ferric oxides encapsulated with poly(D,L lactide-co-glycolide) and their applications to magnetic resonance imaging contrast agent* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2004. – Vol. 272 – 276 – P. 2432 – 2433.
11. B.Y. Ku, M.-L. Chan, Z. Ma and D.A. Horsley *Frequency-domain birefringence measurement of biological binding to magnetic nanoparticles* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2008. – Vol. 320 – P. 2279 – 2283.
12. Пшеничников А.Ф., Лебедев А.В., Морозов К.И. *Влияние межчастичного взаимодействия на магнитостатические свойства магнитных жидкостей* // Магнитная гидродинамика – 1987. – Т. 23 – Вып. 1. – С. 37 – 43.
13. Pshenichnikov A.F. *Equilibrium magnetization of concentrated ferrocolloids* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 1995. – Vol. 145 – P. 319 – 326.
14. S. Odenbach and H. Gilly *Taylor vortex flow of magnetic fluids under the influence of an azimuthal magnetic field* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 1996. – Vol. 152 – P. 123 – 128.

15. S. Odenbach and S. Thurm *Ferrofluids: Magnetically Controllable Fluids and Their Applications* // Springer, Berlin, Germany – 2002. – Vol. 594 – P. 185 – 201.
16. S. Odenbach *Magnetoviscous Effects in Ferrofluids* // Springer, Berlin, Heidelberg – 2002.
17. Y.N. Skibin, V.V. Chekanov, and Y.L. Raikher *Birefringence in a ferromagnetic liquid* // Journal of Experimental and Theoretical Physics – 1977. – Vol. 45 – P. 496.
18. P.C. Scholten *The origin of magnetic birefringence and dichroism in magnetic fluids* // IEEE Transactions on Magnetics – 1980. – Vol. 16 – P. 221 – 225.
19. S. Taketomi *Magnetic fluids anomalous pseudo-Cotton Mouton effects about  $10^7$  larger than of nitrobenzene* // Japanese Journal of Applied Physics – 1983. – Vol. 22 – P. 1137 – 1143.
20. E. Hasmoney, J. Depeyrot, M.H. Sousa, F.A. Tourinho, J.C. Bacri, R. Perzinski, Y.L. Raykher and I. Rosenman *Magnetic and optical properties of ionic ferrofluids based on nickel ferrite nanoparticles* // Journal of Applied Physics – 2000. – Vol. 81 – P. 6628 – 6635.
21. G. Meriguet, E. Dubois, A. Bourdon, G. Demouchy, V. Dupuis, and R. Perzynski *Forced Rayleigh scattering experiments in concentrated magnetic fluids: effect of interparticle interactions on the diffusion coefficient* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2005. – Vol. 289 – P. 39.
22. Pop L.M., Odenbach S. *Investigation of the microscopic reason for the magnetoviscous effect in ferrofluids studied by small angle neutron scattering* // Journal of Physics: Condensed Matter – 2006. – Vol. 18 – P. S2785 – S2802.
23. Bica D., Vekas L., Avdeev M.V., Marinica O., Socoliuc V., Balasoiu M., Garamus V.M. *Sterically stabilized water based magnetic fluids: Synthesis, structure and properties* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2007. – Vol. 311 – N. 1. – P. 17 – 21.
24. A. Wiedenmann, U. Keiderling, M. Meissner, D. Wallacher, R. Gahler, R. May, S. Prevost, M. Klokkenburg, B. Erne, and J. Kohlbrecher *Low-temperature dynamics of magnetic colloids studied by time-resolved small-angle neutron scattering* // Physical Review B – 2008. – Vol. 77 – P. 184417.
25. Klokkenburg M., Dullens R.P.A., Kegel W.K., Erne B.H., Philipse A.P. *Quantitative real-space analysis of self-assembled structures of magnetic dipolar colloids* // Physical Review Letters – 2006. – Vol. 96 – P. 037203-01 – 037203-04.
26. Шлиомис М.И. *Магнитные жидкости* // Успехи физических наук – 1974. – Т. 112 – Вып. 3. – С. 427 – 458.
27. Langevin P. *Sur la theorie du magnetisme* // Journal de Physique – 1905. – Vol. 4 – P. 678.
28. Багаев В.Н., Бувеч Ю.А., Иванов А.О. *К теории магнитных свойств ферроколлоидов* // Магнитная гидродинамика – 1989. – Т. 25 – Вып. 1 – С. 58 – 62.

29. Пшеничников А.Ф., Лебедев А.В. *Магнетитовый коллоид с высокой магнитной восприимчивостью* // Коллоидный журнал – 1995. – Т. 57 – Вып. 6. – С. 844 – 848.
30. Ivanov A.O., Kuznetsova O.B. *Magnetic properties of dense ferrofluids: an influence of interparticle correlations* // Physical Review E – 2001. – Vol. 64 – N. 4. – P. 041405-01 – 041405-12.
31. Иванов А.О., Кузнецова О.Б. *Магнитогранулометрический анализ ферроколлоидов: модифицированная модель среднего поля второго порядка* // Коллоидный журнал – 2006. – Т. 68 – Вып. 4 – С. 472 – 483.
32. Ivanov A.O., Kantorovich S.S., Reznikov E.N., Holm C., Pshenichnikov A.F., Lebedev A.V., Chremos A., Camp P.J. *Magnetic properties of polydisperse ferrofluids: A critical comparison between experiment, theory, and computer simulation* // Physical Review E – 2007. – Vol. 75 – N. 6 – P. 061405-01 – 061405-12.
33. Y.I. Frenkel *Kinetic Theory of Liquids* // New York: Dover – 1955.
34. Зубарев А.Ю., Исакова Л.Ю. *К теории физических свойств магнитных жидкостей с цепочечными агрегатами* // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики – 1995. – Т. 107 – Вып. 5 – С. 1534 – 1551.
35. Osipov M.A., Teixeira P.I.C., Telo da Gama M.M. *Structure of strongly dipolar fluids at low densities* // Physical Review E – 1996. – Vol. 54 – N. 3. – P. 2597 – 2609.
36. A.O. Ivanov and S.S. Kantorovich *Chain aggregate structure and magnetic birefringence in polydisperse ferrofluids* // Physical Review E – 2004. – Vol. 70 – P. 021401-1 – 021401-10.
37. A.O. Ivanov, S.S. Kantorovich, V.S. Mendelev and E.S. Pyanzina *Ferrofluid aggregation in chains under the influence of a magnetic field* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2006. – Vol. 300 – P. 206.
38. G.N. Patey, D. Levesque, and J.J. Weis *On the theory and computer simulations of dipolar fluids* // Molecular Physics – 1982. – Vol. 45(3) – P. 733 – 746.
39. L. Luo, S.H. Klapp *Fluctuations in a ferrofluid monolayer: an integral equation study* // Journal of Chemical Physics – 2009. – Vol. 131(3) – P. 034709.
40. de Gennes P.G., Pincus P.A. *Pair correlation in a ferromagnetic colloid* // Phys. Kondens. Materie – 1970. – Vol. 11 – N. 3. – P. 189 – 198.
41. Елфимова Е.А., Иванов А.О. *Парные корреляции в магнитных нанодисперсных жидкостях* // Журнал экспериментальной и теоретической физики – 2010. – Т. 138 – Вып. 1 – С. 162 – 174.
42. Prokopenko T.A., Danilov V.A., Kantorovich S., Holm C. *Ground state structures in ferrofluid monolayers* // Physical Review E – 2009. – Vol. 80 – N. 3 – P. 031404-13.

43. Прокопьева Т.А., Данилов В.А., Канторович С.С. *Микроструктура основного состояния тонкого слоя магнитной жидкости* // Журнал экспериментальной и теоретической физики – 2011. – Т. 140 – Вып. 3(9) – С. 499 – 515.
44. S. Kantorovich, J.J. Cerda, and C. Holm *Microstructure analysis of monodisperse ferrofluid monolayers: theory and simulation* // Physical Chemistry Chemical Physics – 2008. – Vol. 10 – N. 14 – P. 1883 – 1895.
45. Cerda J., Kantorovich S., Holm C. *Aggregate formation in ferrofluid monolayers: simulations and theory* // Journal of Physics: Condensed Matter – 2008. – Vol. 20 – P. 204125-5.
46. Minina E., Kantorovich S., Cerda J., Holm C. *Bidisperse monolayers: Theory and computer simulations* // Physics Procedia – 2010. – Vol. 9 – P. 87.
47. Prokopyeva T., Danilov V., Kantorovich S., Holm C. *Modelling of a magnetic fluid thin layer at low temperatures* (in Russian: Моделирование тонкого слоя магнитной жидкости при низких температурах) // Izv. Vuzov: Physics – 2010. – Т. 53 – N. 3/2.
48. T. Prokopyeva, V. Danilov, A. Dobroserdova, S. Kantorovich, C. Holm. *Ground state structures in ferrofluid monolayers* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Elsevier – 2011. – Vol. 323 – N. 10 – P. 1298-1301.
49. P. J. Camp *Structure and phase behaviour of a two-dimensional system with core-softened and long-range repulsions* // Physical Review E – 2003. – Vol. 68 – P. 061506.
50. P. D. Duncan and P. J. Camp *Structure and dynamics in a monolayer of dipolar spheres* // Journal of Chemical Physics – 2004. – Vol. 121 – P. 11322 – 11331.
51. M.P. Allen and D.J. Tildesley *Computer Simulation of Liquids* // Clarendon Press, Oxford – 1991.
52. Daan Frenkel and Berend Smit *Understanding Molecular Simulation: From Algorithms to Applications* // Academic Press, A Division of Harcourt. Inc. – 2002.
53. Bradbury A., Menear S., Chantrell R.W. *A Monte-Carlo calculation of the magnetic properties of a ferrofluid containing interacting polydispersed particles* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 1986. – Vol. 54 – P. 745 – 746.
54. Weis J.J., Levesque D. *Chain formation in low density dipolar hard spheres: a Monte-Carlo study* // Physical Review Letters – 1993. – Vol. 71 – N. 17 – P. 2729 – 2732.
55. Satoh A., Chantrell R.W., Kamiyama S.I., Coverdale G.N. *Two-dimensional Monte Carlo simulations to capture thick chainlike clusters of ferromagnetic particles in colloidal dispersions* // Journal of Colloid and Interface Science – 1996. – Vol. 178 – P. 620 – 627.
56. Camp P.J., Patey G.N. *Structure and scattering in colloidal ferrofluids* // Physical Review E – 2000. – Vol. 62 – N. 4 – P. 5403 – 5408.



57. Wang Z., Holm C., Muller *Molecular dynamics study on the equilibrium magnetization properties and structure of ferrofluids* // Physical Review E – 2002. – Vol. 66 – P. 021405-01 – 021405-13.
58. Wang Z., Holm C. *Structure and magnetic properties of polydispersed ferrofluids: a molecular dynamics study* // Physical Review E – 2003. – Vol. 68 – P. 041401-01 – 041401-11.
59. Huang J.P., Wang Z., Holm C. *Computer simulations of the structure of colloidal ferrofluids* // Physical Review E – 2005. – Vol. 71 – P. 061203-01 – 061203-11.
60. Ilg P., Kroger M., Hess S. *Anisotropy of the magnetoviscous effect in ferrofluids* // Physical Review E – 2005. – Vol. 71 – P. 051201-01 – 051201-06.
61. Patrick Ilg and Martin Kroger *Anisotropic self-diffusion in ferrofluids studied via Brownian dynamics simulations* // Physical Review E – 2005. – Vol. 72 – P. 031504-01 – 031504-07.
62. Z.Adamczyk, K. Sadlej, E.Wajnryb, M.L.Ekiel-Jezewska, P.Warszynski *Hydrodynamic radii and diffusion coefficients of particle aggregates derived from the bead model* // J. Coll. Interf. Sci. – 2010. – Vol. 347 – P. 192 – 201.
63. J. Santana-Solano, A.Ramirez-Saito, and J.L. Arauz-Lara *Short-time dynamics in quasi-two-dimensional colloidal suspensions* // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 95 – P. 198301-1 – 198301-4.
64. Y. Han, A. Alsayed, M. Nobili, and A.G.Yodh *Quasi-two-dimensional diffusion of single ellipsoids: Aspect ratio and confinement effects* // Phys. Rev. E – 2009. – Vol. 80 – P. 011403-1 – 011403-6.
65. Y. Han, A.M. Alsayed, M. Nobili, J. Zhang, T.C. Lubensky, A.G.Yodh *Brownian motion of an ellipsoid* // Science – 2006. – Vol. 314 – P. 626 – 630.
66. Z. Zheng and Y. Han *Self-diffusion in two-dimensional hard ellipsoid suspensions* // J. Chem. Phys. – 2010. – Vol. 133 – P. 124509-1 – 124509-10.
67. Yu.A. Buyevich and A.O. Ivanov *Equilibrium properties of ferrocolloids* // Physica A – 1992. – Vol. 190 – P. 276 – 294.
68. K.I.Morozov *Gradient diffusion in concentrated ferrocolloids under the influence of a magnetic field* // Phys. Rev. E – 1992. – Vol. 53 – N. 4 – P. 3841 – 3846.
69. P. Ilg *Anisotropic diffusion in nematic liquid crystals and in ferrofluids* // Phys. Rev. E – 2005. – Vol. 71 – P. 051407-1 – 051407-9.
70. P. Ilg and M. Kroger *Anisotropic self-diffusion in ferrofluids studied via Brownian dynamics simulations* // Phys. Rev. E – 2005. – Vol. 72 – P. 031504-1 – 031504-7.

71. J. Jordanovic, S. Jager, and Sabine H.L. Klapp *Crossover from normal to anomalous diffusion in systems of field-aligned dipolar particles* // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106 – P. 038301-1 – 038301-4.
72. Парселл Э. *Берклевский курс физики* – М.: Наука – 1983. – Т. II. Электричество и магнетизм.
73. J.D. Weeks and D. Chandler and H.C. Andersen *Role of Repulsive Forces in Determining the Equilibrium Structure of Simple Liquids* // J. Chem. Phys. – 1971. – Vol. 54 – P. 5237 – 5247.
74. A. Muratova, S. Kantorovich *Mobility coefficients in the systems of magnetic dipolar particles* // Magnetohydrodynamics – 2013. – Vol. 49 – N. 1 – P. 153 – 159.
75. Ю.А. Бувеч, А.Ю. Зубарев, А.О. Иванов *Броуновская диффузия в концентрированных ферроколлоидах* // Магнитная гидродинамика – 1989. – N. 2 – С. 39 – 43.
76. Бэтчелор Дж. *Броуновская диффузия гидродинамически взаимодействующих частиц* // Гидродинамические взаимодействия частиц в суспензиях – М. – 1980. – С. 84 – 123.
77. Канторович С.С. *Цепочечные агрегаты в полидисперсных магнитных жидкостях* // Дис. ... канд. физ.-мат. наук – Екатеринбург. – 2004. – 175 с.
78. Holm C., Ivanov A., Kantorovich S., Pyanzina E., Reznikov E. *Equilibrium properties of a bidisperse ferrofluid with chain aggregates: theory and computer simulations* // J. Phys.: Condens. Matter. – 2006. – Vol. 18 – P. S2737 – S2756.